

## Proportionen

Meine Beschäftigung mit Architekturtheorie, in Ansätzen bereits zu Beginn meiner Tätigkeit als Architekt, führte als eine der ersten Erkenntnisse zur Feststellung der vorrangigen Bedeutung von Proportionen sowohl für die Arbeit am Reißbrett als auch für die Entscheidungen in der Praxis. Bauen heißt Schöpfung von Raum und Masse, die in gegenseitiger Bedingung ein Gebäude als Skulptur entstehen lassen.

Proportion auf letztere bezogen besagt, dass Architektur als dreidimensionale Schöpfung betrachtet werden und daher hinsichtlich ihrer Stellung ausschließlich unter diesem ersten, vorrangigen Gesichtspunkt den Künsten der Bildhauerei zugeordnet werden muss.

Betrachtet man die Anordnung einer Skulptur unter dem Aspekt der Ausgewogenheit und der diese verursachenden Proportionen, so muss man folgendes beachten: Es bedarf immer dreier Maße im Raum, um einen Punkt zu bestimmen und deshalb zweier Proportionen um ein Objekt in seiner Gesamtheit zu erfassen.

Gesucht werden also in der Baukunst jene drei Maßverhältnisse, welche Auskunft geben über die wohlproportionierte Gestalt von Masse oder Raum, und über die Beziehungen beider zueinander.

Unvermeidbar drängen sich heute in die Studien des jungen Architekten bei seiner Bemühung um den wichtigsten Komplex seines Berufes Bilder und Schlagworte aus einer Überfülle des Angebotes der einschlägiger Literatur. Sorgfältige Sichtung jedoch, lässt kaum Verwendbares zur Erläuterung der anfangs genannten Problematik finden.

Groß war daher meine Enttäuschung in jungen Jahren, als ausgerechnet der als Architekt von mir besonders geschätzte Charles-Éduard Jeanneret eine Erklärung über die Frage von Proportion und Raum schuldig blieb. Le Corbusier, wie er sich selbst nannte, gilt als einer der bedeutenden Baumeister des letzten Jahrhunderts. Seine Schrift „Der Modulor“,<sup>1</sup> die erstmalig 1949 in Paris erschien und die seine bis ins Detail ausgearbeitete Proportionslehre enthält, verbreitete sich in Windeseile um die ganze Welt und erlebte eine Vielzahl von Auflagen.

Kaum ein Buch über neuere Architekturgeschichte bzw.- Theorie ist seit Erscheinen des „Modulors“ veröffentlicht worden, das nicht ausführlich auf diesen Text verweist oder aus ihm zitiert. Dabei ist unter der anfangs genannten entscheidenden architektonischen Fragestellung der Inhalt der handgroßen quadratischen Broschüre eher als trivial zu bezeichnen. Der Meister benutzte die in der Geometrie allgemein seit der Renaissance bekannte Zahlenfolge des „Goldenen Schnittes“ um daraus seine „Blaue und Rote Reihe“ abzuleiten. Seine Äußerungen wenden sich an das breite Publikum und sind publizistisch geschickt aufgearbeitet. Sie bringen aber in der hier betreffenden Frage keine Antwort. Denn bei dem von ihm benutzen „Goldenen Schnitt“ handelt es sich um eine Proportion der Fläche, nicht aber, wie der Autor glauben machen und auch mithilfe seiner Schrift erklären möchte um die Proportion der Architektur als einer dreidimensionalen Disziplin und damit um die Proportion des Raumes.<sup>2</sup>

Anders der Vicentiner Baumeister Andrea Palladio. Dieser gibt bereits vierhundert Jahre früher Auskunft auf die Frage, welche Höhe bei vorgegebenem Grundriss nach seiner Auffassung ein Zimmer haben soll<sup>3</sup>. Seine Darstellung richtet sich zwar nicht auf eine grundsätzliche Untersuchung einer dem „Goldenen Schnitt“ entsprechenden Proportion des Raumes, aber in dem hier

<sup>1</sup> seine (Le Corbusiers) Modulortheorie ist ähnlich dogmatisch wie seine Forderungen an Architektur und Städtebau; Kruft p 464

<sup>2</sup> Die erste Bewegung der Lebenden, der Menschen und Tiere, Pflanzen und Wolken, ist, den Raum in Besitz zu nehmen, es ist die ursprünglichste Offenbarung von Gleichgewicht und Dauer. Der erste Daseinsbeweis ist die Besitzergreifung des Raumes. Charles-Éduard Jeanneret p31

<sup>3</sup> Andrea Palladio, I Quattro Libri, Libro primo, Cap.XXIII, dell' Altezza delle Stanze, p.53

zitierten Kapitel der Quattro Libri verdeutlicht der Autor die prinzipielle Fragestellung, dass zur Definition der vollkommenen Skulptur in der Architektur neben der mit zwei Maßen die rechteckige Fläche des Grundrisses bestimmenden Proportion eine weitere erforderlich ist, nämlich die mit einem dritten Maß den Aufriss festlegende Beziehung. Palladio bietet im Kapitel 13 dem Leser anhand dreier Skizzen einfache zeichnerische Methoden zur Ermittlung von Raumhöhe.<sup>4</sup>

Meine Verärgerung über die in meinen Studien zu Proportionsuntersuchungen in der Literatur beobachtete oberflächliche und teils mangelhafte oder meistens fehlende Behandlung der Frage nach einer dem „Goldenen Schnitt“ entsprechenden Proportion des Raumes verursachte meine sich über Jahre hinziehende Beschäftigung mit diesem Thema. Der Erfolg dieser Bemühungen stützt die Feststellung, dass nicht zuletzt in der Zeit der Datentechnik in der Nachrichten über den n-dimensionalen Raum populär und zum Alltag geworden sind, Untersuchungen der dritten Dimension vernachlässigt werden. Meine Forschungen beweisen, dass gerade hier überraschender Weise noch grenzenloses Neuland zu entdecken gilt und zugleich für die klassische Entwurfslehre die wohl interessantesten Erfahrungen gemacht werden können. Denn, auch wenn wir fortschrittlichen Menschen des 21. Jh. es nicht wahrhaben möchten, im Sinne ästhetischer Erfahrungen hat sich unser Wissen um die dritte Dimension seit der Antike nicht nennenswert erweitert.<sup>5</sup>

Meine Forschungen zur Proportion des Raumes, die ich in einer bewussten Parallelität zum Goldenen Schnitt der „sectio aurea“<sup>6</sup>, die „cubi ratio“<sup>7</sup>, nenne, stellen nur einen kleinen Ausschnitt eines großen weiten Umfeldes dar, das sich nach meiner Vermutung bis zu einem geschlossenen Kosmos in der Art des Euklides ausdehnt. Um das Thema überschaubar zu halten und es innerhalb der Fragestellung vermitteln zu können, verliefen die Forschungen um die „cubi ratio“, deren Ergebnisse im Folgenden vorgestellt werden, konsequent in Analogie zu den aus der „sectio aurea“ bekannten Phänomenen.

1. Die Analogie der Konstruktion
2. Die Analogie der Algebraischen Formulierung
3. Die Analogie zur Reihe des Leonardo von Pisa, gen. Fibonacci.<sup>8</sup>

---

4 ibd. Palladio schlägt als Raumhöhe bei vorgegebenem Grundriss drei Möglichkeiten vor, nämlich das arithmetische, das geometrische oder das harmonische Mittel zu der Grundrissproportion.

5 Pfeifer p42; siehe hierzu auch das Kapitel über das sog. „Delische Problem“

6 Anstelle der ursprüngliche Bezeichnung in den ersten lateinischen Übersetzungen des Euklid: „proportio habens medium et duo extrema“ gilt seit Luca Pacioli jene Bezeichnung, die sein Hauptwerk trägt: *De Divina Proportione*, Venedig 1509; schon bei Kepler findet sich die Formulierung *sectio proportionalis*, Pfeifer p45 ff; Naredi-Rainer wie auch Hagenmaier erwähnen im Zusammenhang mit *sectio aurea*, zwar Leonardo da Vinci als Namensschöpfer, schreiben aber die allgemeine Verbreitung mehr dem 19. Jh. zu, Naredi-Rainer p196

7 *cubi ratio*. Proportion des Würfel- (schnittes), oder frei: Raumproportion

*Cubus* (Neulatein) im 16. Jh. aus griechisch *kýbos* (Höhlung, Auge auf dem Würfel, Würfel) (Etymologisches Lexikon dtv München 1995 S.739); aber auch bereits bei: Ovid, *Medicamina faciei femineae*, 88, Schminkanweisungen als Hohlmaß; Würfel bei: Aulus Gellius, *Noctes Atticae*, Liber I,XX; M. Vitruvius Pollionis, *De Architectura*, Liber V, Praefatio (4)

Ratio, Maß, Bezug (et via), methodisch; In der Architekturtheorie verstanden als Proportion zwischen Größen, vgl. Francesco di Giorgio und Leonbattista Alberti in Wittkower, *Das Problem der harmonischen Proportion in der Architektur*, p83 ff

8 Leonardo von Pisa, 1175 - 1250, italienischer Mathematiker. Die auch nach dem französischen Mathematiker Lamé'sche Reihe genannte Fibonacci-Folge, erstmalig von diesem 1202 veröffentlicht im „*Liber abaci*“, (Kaninchenrätsel) Krufft p463, v. Naredi-Rainer 186ff

## Der goldene Schnitt (sectio aurea)

Eine Strecke  $a$  ist nach den Regeln des goldenen Schnittes in die Teilstrecken  $b$  und  $c$  genau dann geteilt, wenn gilt

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

wobei zu beachten bleibt, dass  $a = b + c$  ist.

Stellt man diesen Sachverhalt mit Hilfe von Rechteckflächen dar, so heißt dies:

1. Ein Rechteck mit den Kanten  $a$  und  $b$  ( $a > b$ ) hat genau dann die Proportion des goldenen Schnittes, wenn gilt:

Trennt man vom Rechteck  $a \times b$  das Quadrat  $b \times b$  ab, so bleibt das Rechteck  $b \times (a-b)$  übrig, welches wieder die Proportionen des goldenen Schnittes aufweist: Es gilt

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

dabei ist zu beachten, dass  $c = a - b$  ist.

Fig. 1

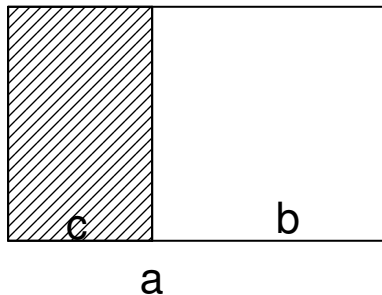
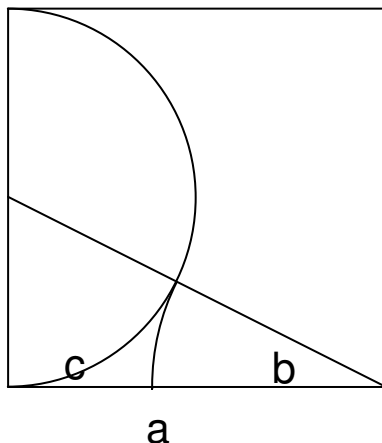


Fig. 2



2. Wählt man nun  $a = 1$ , so bleibt noch  $x = b$  zu bestimmen:

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x} \Leftrightarrow x^2 = 1-x$$

Die positive Lösung dieser Quadratischen Gleichung ist

$$x = 0,5 \cdot (\sqrt{5} - 1) = 0,6180339887\dots$$

Für alle drei Größen erhält man

$$a = 1$$

$$b = 0,6180339887\dots$$

$$c = 1 - b = 0,3819660112$$

3. Die Fibonaccifolge  $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$  ist definiert durch

$$a_0 = 1, a_1 = 1, a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, n = 2, 3, \dots$$

Bildet man daraus die Folge der Quotienten

$$\frac{a_n}{a_{n+1}}: \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{8}{13}, \dots,$$

so hat diese den Grenzwert

$$x = 0,5 \cdot (\sqrt{5} - 1) = 0,6180339887\dots$$

cubi ratio

1. Ein Quader mit den Kanten  $a$ ,  $b$  und  $c$  mit  $a > b > c$ , hat die Proportion der cubi ratio genau dann, wenn gilt:

Trennt man vom Quader  $a \times b \times c$  den Teil mit der quadratischen Fläche  $b \times b$  ab, verbleibt der markierte Quader  $b \times c \times d$ , der wiederum die Proportion der cubi ratio hat. Es gilt

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$$

dabei ist zu beachten, dass  $d = a - b$  ist.

Fig.3

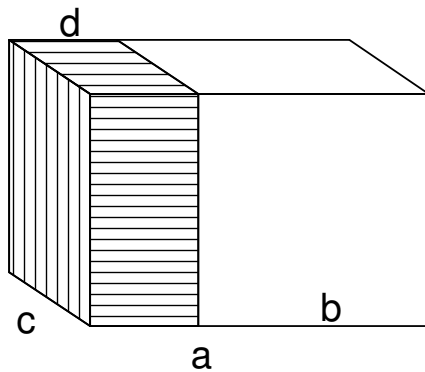
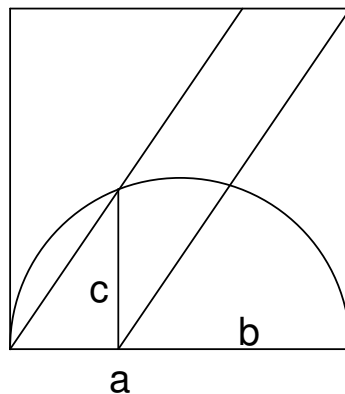


Fig.4



2. Für die 4 Größen  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  erhält man damit die 3 Gleichungen

$$a \cdot c = b^2, \quad b \cdot d = c^2, \quad d = a - b.$$

Wählt man nun  $a = 1$ , so bleibt noch  $x = b$  zu bestimmen.

Man erhält die Gleichung  $x^3 = 1 - x$ .

Die einzige Lösung dieser Gleichung ist  $x = 0,6823278038\dots$

Für alle vier Größen erhält man

$$a = 1$$

$$b = 0,6823278038\dots$$

$$c = b^2 = 0,4655712318\dots$$

$$d = 1 - b = 0,3176721962\dots$$

3. Die Cubi-ratio-Folge  $1, 1, 2, 3, 4, 6, 9, 13, 19, \dots$  ist definiert durch

$$a_0 = 1, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 2, \quad a_n = a_{n-1} + a_{n-3}, \quad n = 3, 4, \dots$$

Bildet man daraus die Folge der Quotienten

$$\frac{a_n}{a_{n+1}} : \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{9}{13}, \dots$$

so hat diese den Grenzwert

$$x = 0,68232780\dots$$

### Das Delische Problem.

Zirkel, Lot und Richtscheit sind jene Instrumente des Architekten, die seit Urzeiten in diesem Beruf nahezu mystische Verehrung genießen. Man begreift dieses in Kenntnis vieler großer Werke der Baukunst, deren Geometrie, wie man weiß, ausschließlich durch die Anwendung dieser einfachen Hilfsmittel zustande kam. Das sog. Geheimwissen um die Architektur fußt bis zur Gegenwart weitgehend auf der ins Monumentale der Baukunst umgesetzten Geometrie des Euklides, die dieser im 3. Jh. v. Chr. in den dreizehn Büchern<sup>9</sup> der „Elemente“ zusammengetragen hat. Der *Mathematiklehrer aller Völker und Generationen*<sup>10</sup>, wie der antike Wissenschaftler hochachtungsvoll genannt wird, lieferte die wesentliche Grundlage für das Bauen in Europa und gilt bis heute über alle Jahrhunderte als die wichtigste Quelle zur Ausübung dieser Kunst.

Zu den selbstverständlichen Voraussetzungen Euklidischer Logik zählt, dass Beweisführung von geometrischen Lehrsätzen nur zulässig ist, solange man sich ausschließlich im Rahmen der Anwendung der Mittel von Zirkel (Kreis) und Lineal (Geraden) bewegt. Unter diesen Voraussetzungen wird verständlich, dass seit der Antike drei Aufgabenstellungen als unlösbar gelten. Diese sind zwar schon sehr früh näherungsweise beantwortet worden, können aber nicht im Sinne der vollendeten Beweisführung eines Euklid als gelöst angesehen werden.

Es sind diese, die Quadratur des Kreises<sup>11</sup>, die Dreiteilung des Winkels und die Antwort auf das sog. „Delische Problem“<sup>12</sup>. Letzteres gilt allgemein als das heute weniger bekannte, ist aber im Rahmen dieser Abhandlung von besonderer Bedeutung, da es sich hierbei um eine räumliche Umformung handelt. In der Literatur soll es erstmalig in einer verschollenen Tragödie des Euripides 5. Jh. v. Chr. erwähnt worden sein<sup>13</sup>. Bei dem sog. „Delischen Problem“ handelt es sich um das Thema der „Würfelverdopplung“<sup>14</sup>. Gemeint ist hierbei eine Aufgabenstellung, nach der verlangt wird, aufgrund der Maße eines vorhandenen einen neuen regelmäßigen Hexaeder (Würfel) zu konstruieren, dessen Inhalt bei gleicher Proportion (Würfel) zweimal so groß ist.

In moderner Algebra beschrieben heißt die Forderung:  $a^3 = 2 b^3$

Grobe Näherungslösungen sind bereits von den ersten Pythagoräern durchgeführt worden, ein systematisches Verfahren ist insbesondere seit Archytas<sup>15</sup> bekannt.

Da es sich bei der „Cubi ratio“ um eine räumliche Proportion handelt, die sich u.a. auch auf eine Würfelumformung bezieht, nämlich um die Verwandlung eines Hexaeders in einen bestimmten Quader gleichen Inhalts, besteht hier in gewissem Sinne eine Parallelität zu dem sog. „Delischen Problem“. Wie auch dieses ist die „cubi ratio“ zwar nicht mit Euklidischen Mitteln, Zirkel und Lineal, konstruierbar, aber mithilfe von Kreis und Geraden darstellbar, (Fig.4) wohingegen die uns aus der Antike bekannten Lösungen der Würfelverdopplung nur über Schnittpunkte (syndromas) auf Konchoide, Hyperbel oder Parabel<sup>16</sup> konstruierbar sind.

---

9 Die Urheberschaft der Bücher 14 und 15 ist umstritten und wird nicht dem Euklid zugerechnet, Lorenz pXVI  
10 Pauly p 416 ff

11 Beweis der Unmöglichkeit der Quadratur des Kreises durch den Mathematiker Ferdinand von Lindemann (1852- 1939); <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk>

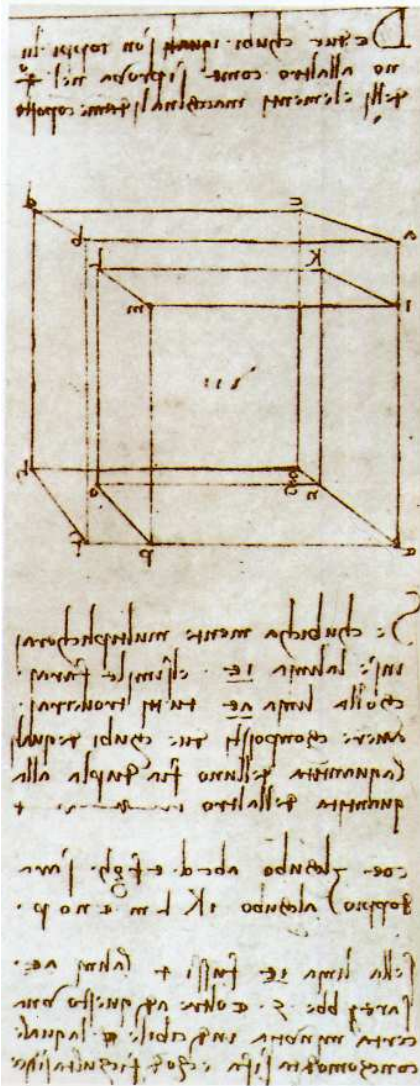
12 Beweis der Unlösbarkeit der Dreiteilung des Winkels und des sog. delischen Problems durch Evariste Galois (1811-32); <http://did.mat.uni.bayreuth.de>

13 Pauly p1390

14 Einer Überlieferung nach wünschte König Minos die Verdopplung des würfelförmigen Grabmales seines Sohnes Glaukos, das von einer Seitenlänge war von 100 altgriechischen Fuß. Im anderen Fall handelt es sich um einen Spruch des Orakels des Apollo von Delos, daher delisches Problem. Nach dem Ende der in Athen wütenden Pest befragt, wurde dieses vom Orakel in Aussicht gestellt, wobei es die Verdopplung des Apollo- Altares verlangte, der die Form eines Würfels hatte. Brockhaus 1908. Auch Albrecht Dürer bedient sich in seinem mathematisch korrektem Vorschlag zur Würfelverdopplung dieser Fassung. Hierzu siehe auch Unterweisung Fig. 44 am Ende dieses Beitrages.

15 Archytas von Tarent, Pythagoräer 1.H.4.Jh.b.C., Pauly p 520

16 Konchoide bei Nikomedes, Heron, Pappos; Hyperbel bei Apollonios; Hyperbel und Parabel bei Eudoxos; andere, besonders mechanische Verfahren, Platonisches Kreuz oder Mesolabion des Eratosthenes ebd.; Pauly p1392



## Würfelverdopplung nach Leonardo da Vinci

Neben der Quadratur des Kreises hat vor allem auch die Beschäftigung mit dem Thema der Würfelverdopplung seit der Renaissance besonders unter den Künstlern erneut Interesse gefunden. So ist uns im Codex Atlanticus 58 r-a eine Zeichnung des Leonardo überliefert in der er sich um eine Lösung dieser bereits in der Antike bekannten Aufgabe bemüht. In zentral-perspektivischer Technik, einer sog. Hauptpunktperspektive sind, senkrecht zur Bildebene auf einer Seite liegend, zwei unterschiedlich große Hexaeder dargestellt. Mit der Feder in Sepia sind die beiden Körper als reine Strichzeichnung so angelegt, dass sie wie durchsichtig erscheinen, damit alle Kanten und Ecken auch die hinteren erkennbar werden. Der kleinere Würfel befindet sich vollständig innerhalb des anderen. Er ist so in dem größeren angeordnet, dass er mit dem diesem vorn unten rechts eine gemeinsame Ecke hat und sich so drei Seitenflächen in gleichen Ebenen berühren. Es sind diese die Standfläche, die rechte aufrechte und die vordere.

Front- und Rückseiten erscheinen in der räumlichen Darstellung als Quadrate. Alle anderen Seiten beider Würfel sind nach links bzw. oben verschobene Trapeze. Der Horizont befindet sich um den Abstand der größeren vorderen Würfelfläche über dieser. Er ist nicht dargestellt. Gleiches gilt für den sog. Hauptpunkt, der zum besseren räumlichen Verständnis vom Zeichner um gut eineinhalb Würfelseiten nach links verschoben ist.

Leonardo nennt als Größe, die er für die Seitenlänge des kleinen Hexaeders gewählt hat vier braccia (Ellen). Demzu-

folge ist der Rauminhalt  $4^3 = 64$  Kubikellen, so dass der gesuchte Hexaeder daher über das doppelte Volumen verfügen von 128 Kubikellen sollte. Als die zugehörige Kantenlänge vermerkt Leonardo: "5 und ein gewisser unsagbarer Bruchteil, der leicht auszuführen, jedoch schwer auszudrücken ist."<sup>17</sup> Er meint damit als Wert die dritte Wurzel aus 128, eine irrationale Zahl, die mit 5,04 kaum nennenswert über der einfach handhabbaren fünf liegt.

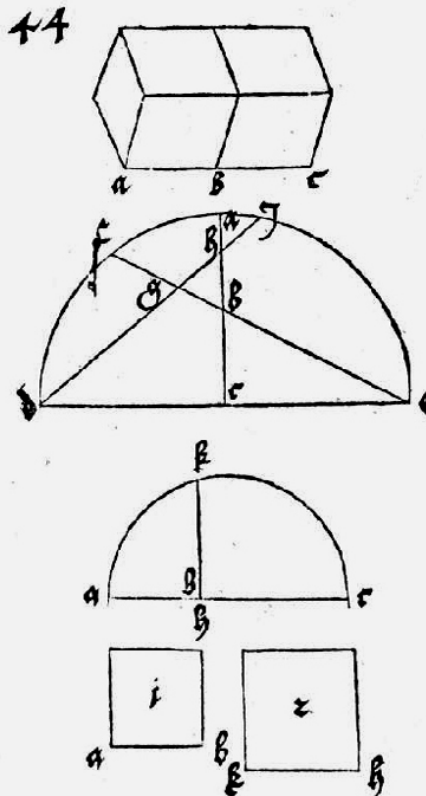
Das scheinbar unlösbare delische Problem der Würfelverdopplung reduziert Leonardo auf ein einfaches Proportionsverfahren nämlich auf die Verlängerung einer vorgegebenen Kanten um ein Viertel. Grafisch ist dieser Vorgang mit fünf Zirkelschlägen zu bewerkstelligen.

<sup>17</sup> zitiert in Leonardo, Forscher, Künstler, Magier, Beitrag von Augusto Marinoni, Leonardos Schriften p73/1 Geometrische Studien Atlanticus 58r-a

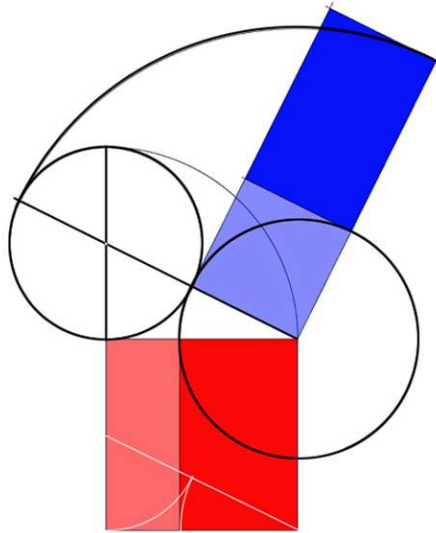
Würfelverdopplung nach Albrecht Dürer

Als auf ein zeit die stat Athenis mit der plag der pestilenz beschwert / was fragten die burger den Abgot Apollinen rates/wie sie des seuchens möchten abkomē/der anwurdet in/wen sie seinen altar zwi spalten/würden sie erlöst/also lieffen sie ein stein mache der eben so groß was als d altar/legten in auf den selben /als aber die plag n. t. auf hören wolt /fragten sie den Abgot wider wie das zu gieng so sie doch sein geheyl solbracht hetten /der anawurt in sie hetten nit gehandelt wie er sie geheylt het/son/ der hetten den altar gar vill grösser dann noch einmal gemacht // als aber jr werckleit nit findē konten wie sie der sacht solten thun/ hetten sie der gelehrten vnd in sonders des philosophen Platonis rath der lez rer die wie sie zwischen zweyen vngleichen fürgebneuen linien zwo ander linien die sich vergleichlich gegen den selben hielten solten finden/dañ durch soliches mochten sie den cubum/dz ist ein viercker cor pus wie ein würffel vnd alle andre dñg dupliciren tripliciren /vnd für vñ für meeren vnd vorgrossen die weyl nñ solichs ein ser nuse kunst ist vnd allen werckleuten dient/auch von den gelehrten in grösser geheim vnd verporgentheyte gehalten wirt/wilich die an den tag legen vñ leren machen/ dan auß diser kunst kan man puren vnd klofen gieffen die sich vergrössen vnd dupliren wie man wil/ vñ doch alweg jr rechte proportion / auch jr gewicht behalten /des gleichen kan man durch die fesser/druhen/mes/res der/züner/pild vnd was man haben wil vergrössen. Darumb nem ein yeglicher werckman der achte die weyl die piß auß diser tag als ich acht in Teutscher sparch nie beschriben ist worden.

Erstlich/ setz zwen gleych cubos oder würffel an einander. a. b. c. die selb leng. a. c. setz aufrechte zu gleych en wñcklen auß ein zwerch lini. d. e. vnd reyh auß dem Centrum. c. ein halben cirkel. d. a. e. Darnach reyh ein gerade lini auß dem. c. durch das. b. piß an die cirkellini /da hin setz ein. f. Darnach nñ ein schmal richtscheyte vnd zeychen darauf ein mittel puncten /vnd teyl von dann auß bede seytten grad mit zifferen/vnd setz die hal auß ein seytten wie auß die anderen/das auß yedlicher seytten des mittel puncten /die erst hal eins an fabe/dann dñrch das richtscheyts bewegung mußt du finden/die erst lini dar/ durch die ander finden wirt zu dem zwifachen cubo. Darnach leg das fertigmachte richtscheyt mit der einen seytten auß den puncten. d. vnd laß das stes daran haften /es schieb sich auß oder nider /vnd so du das ander teyl des richtscheyte bewegst /so peleybt mit dem mittel puncten das richtscheyte albeg auß der lini. a. b. c. vnd beweg das richtscheyte so lang piß das du ein mittel findest zwischen der lini. e. f. vnd des cirkelreyh/vnd wo das beweglich richtscheyte durch schneydet die lini. e. f. da setz ein. g. vnd wo es durch schneydet die lini. a. b. c. da setz ein. h. vnd wo das egedacht richtscheyte außsen dem cirkelreyh rñ ret da setz ein. i. also werden. g. h. vnd. h. i. zwo geleyche lenge/so ist dann. h. c. die erst gefunden lini/dar/ auß zñ finden ist die seytten des zwifachen cubi. Darnach setz die lini. h. c. vñ die seytten von dem einfa chen cubo. a. b. zwerchs an einander /dar auß wirt. a. h. c. vñnd setz ein cirkel mit dem einen fuess in die mitt. a. c. vñnd reyh oben herumb ein halben cirkel. a. c. Darnach zeuch auß dem. h. oberstich ein auß/ rechte lini piß an den cirkelreyh/da setz ein. k. diese lini. k. h. gibt dir ein seytten zu dem zwifachen cubo /wie ich das hernach hab außgerissen.

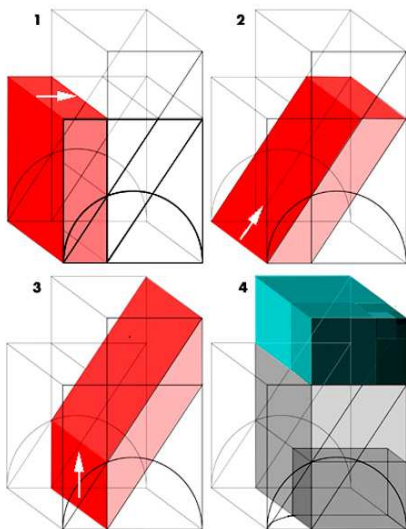


Underweysung  
Das  
Viertbüchlein  
Fig. 44 Text  
und  
Zeichnung zur  
Würfelverdopp-  
lung



### Eine formal ästhetische Beurteilung.

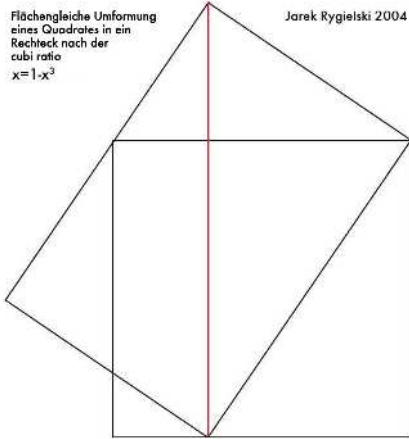
In philosophischer Hinsicht bleibt ein Gedanke nachzutragen, nämlich die Beurteilung der besonderen Proportionen wie der „sectio aurea“ und der „cubi ratio“ aus ästhetischer Sicht. Das Quadrat bzw. der Würfel gelten in allen Kulturkreisen als auffallend schöne Figuren, und werden in diesem Sinne als Urbilder verstanden. Aus dieser Sicht betrachtet, erscheinen zwei Konstruktionen als erwähnenswert, in denen eine Flächen- bzw. Körperrumformung stattfindet auf der Grundlage ihrer Urbilder. Die flächengleiche geometrische Umwandlung des Quadrates mithilfe des sog. Sehnen-Tangentensatzes in ein Rechteck, gebildet aus einem Abschnitt der Proportion des Goldenen Schnittes und einem kleineren Restquadrat der Minorabmessung, gilt daher als ein im philosophischen Sinne evidenter Schritt, als der Beleg für die besondere Rangordnung der Proportion der „sectio aurea“, nämlich als einer unmittelbaren Ableitung aus dem Urbild Quadrat.



Auch für den dreidimensionalen Raum lässt sich ein solcher Prozess nachweisen. Es handelt sich hierbei um die Umwandlung des Würfels in einen inhaltsgleichen Quader nach der Proportion der „cubi ratio“. Diese Umformung des Urbildes findet geometrisch folgerichtig statt mithilfe von vier Parallelverschiebungen. Der auf diesem Wege entstandene wohlproportionierte Körper wirkt in seiner Ausgewogenheit als eigenständige, ästhetisch anspruchsvolle Skulptur.

Flächengleiche Umformung  
eines Quadrates in ein  
Rechteck nach der  
cubi ratio  
 $x=1 \cdot x^2$

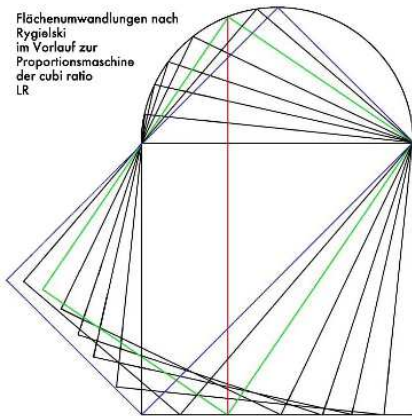
Jarek Rygielski 2004



## Proportionsmaschine

Im Juni 2004 macht ein Hamburger Architekt<sup>18</sup>, ehemaliger Meisterschüler des Ateliers für Grundlagen an der Hochschule für Bildende Künste, folgende Entdeckung: Wandelt man die Fläche eines stehenden Quadrates in ein Rechteck so durch Drehung um den rechten oberen Eckpunkt, dass eine benachbarte Ecke des Rechtecks auf der Standlinie verbleibt und die gegenüberliegende Seite des Rechtecks bei der Bewegung weiter die linke obere Ecke des Quadrates berührt, so sind die Flächen einander gleich. In dem Sonderfall, wenn sich die Diagonale des Rechtecks senkrecht auf der Standlinie erhebt, entspricht die Proportion des Rechtecks den Regeln der cubi ratio.

Flächenumwandlungen nach  
Rygielski  
im Vorlauf zur  
Proportionsmaschine  
der cubi ratio  
LR



Nachdem ich von dieser Entdeckung erfahren hatte, konnte ich bereits in wenigen Tagen ein einfaches Konzept dafür entwickeln, die Proportion der cubi ratio mittels einer eigens dafür konstruierten Maschine<sup>19</sup> auf grafischem Wege zu bestimmen.<sup>20</sup>

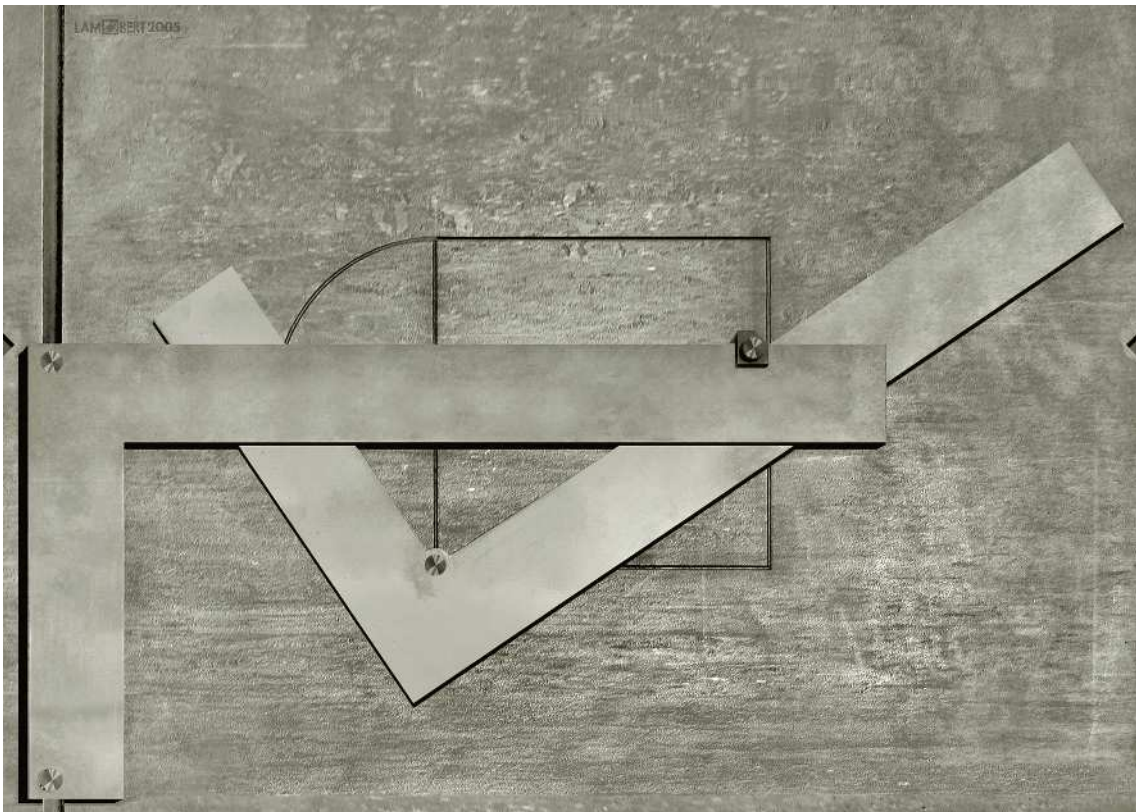
Aufgrund der Ergänzung der obigen Zeichnung um den Kreis des Thales gelang es, mithilfe eines mechanischen Berührungspunktes zwei Rechtwinkel<sup>21</sup> so durch gemeinsames Verschieben bzw. Drehen gegeneinander zu bewegen, dass ein exakter Schnittpunkt von zwei Winkelschenkel mit dem Halbkreis bestimmt werden kann. Dieser Schnittpunkt liegt auf der gesuchten senkrechten Rechteckdiagonalen.

18 Dipl.- Ing. Jaroslaw Rygielski / rygiel@gmx.de

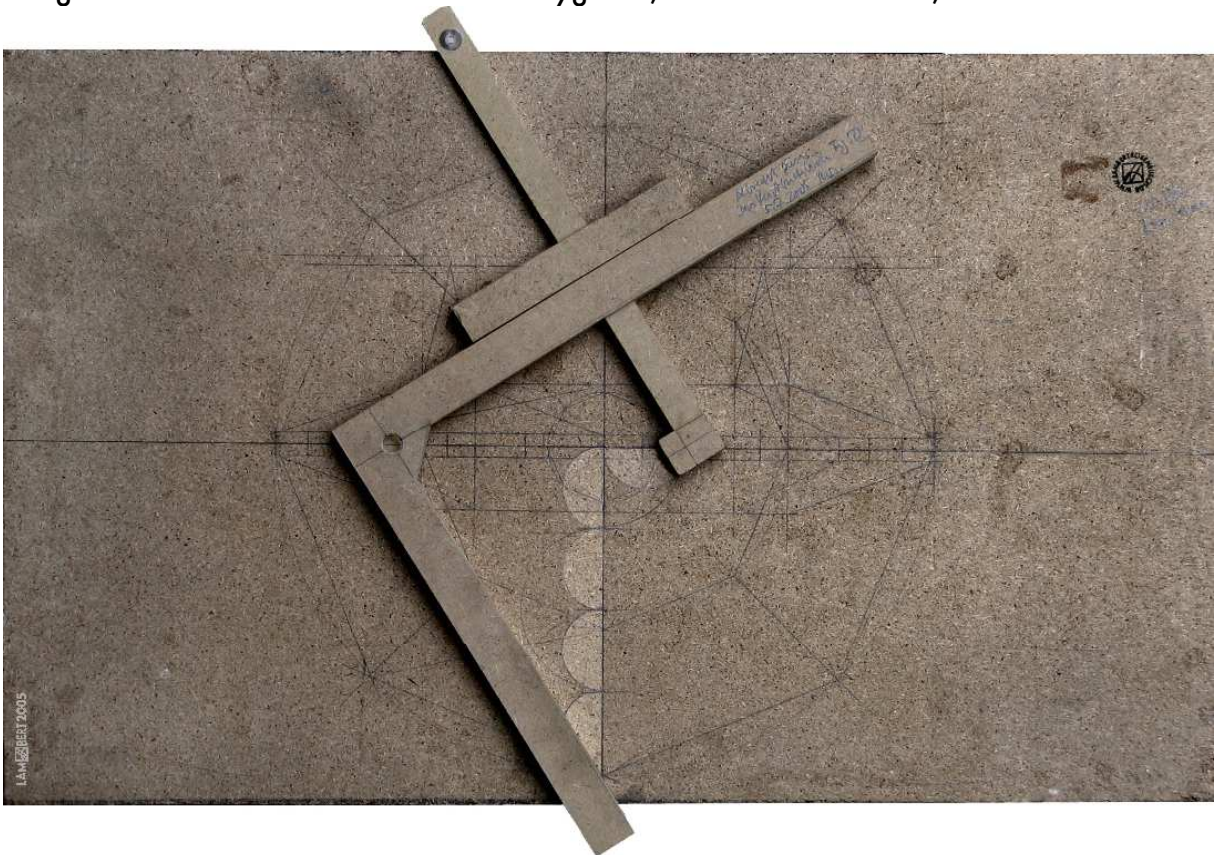
19 Zum Thema Proportionsmaschine siehe auch Albrecht Dürers Viertbüchlein Fig.50, Bestimmung einer Kantenlänge des Würfels bei vorgegebenem Volumen.

20 Verschiedene Versuche waren bislang an zu komplizierter mechanischer Technik gescheitert.

21 siehe auch sog. "Platonisches Kreuz" Pauly p1393



Proportionsmaschine zur Bestimmung der cubi ratio, Stahl rostfrei 248x 362 x 28 mm  
design: Lambert Rosenbusch mit Jaroslaw Rygielski, Alexander Holtmann, 2005



Nach Albrecht Dürer Underweysung..., Das Viertbüchlein Fig. 50 Maschine zur Bestimmung  
der Kantenlänge eines Würfels bei vorgegebenem Volumen  
Objekt 280x 275 x 12mm, Hartfaser, hier auf einer Risszeichnung Panorama von 1986  
design: Lambert Rosenbusch 2005

Literatur:

dtv München	Der kleine Pauly	München	1975
dtv München	Etymologisches Lexikon	München	1995
Aulus Gellius	Noctes Atticae, Latin Library Ad Fontes Academy U.S.	Net	2002
Otto Hagenmaier	Der goldene Schnitt	Heidelberg	1963
Hanno Walter Krufft	Gesch. d. Architekturtheorie	München	1985
Le Corbusier (C.-É. Jeanneret)	Der Modulor	Stuttgart	1953
Johann Friedrich Lorenz	Euklid´s Elemente	Halle	1798
D. Neroman	Le Nombre d´Or	Paris	1946
Paul v. Naredi- Rainer	Architektur und Harmonie	Köln	1982
Andrea Palladio	I Quattro Libri	Vinetia	1581
Fr. Xav. Pfeifer	Der Goldene Schnitt	Wiesbaden	1885
Marcus Vitruvius Pollionis	De Architectura	Florentia	1522
Rudolf Wittkower	Grundlagen der Architektur	München	1969
Albrecht Dürer (Edition, 1 CD)	De Symmetria/Underweysung	1-891788-07-8	2001

